Phase 2 – Organisation du travail des élèves

Cette phase permet aux professeurs de déterminer les méthodes les plus adaptées à l'acquisition des informations relatives à l'édifice (son histoire, son architecture, ses dimensions, etc.). De ce point de vue, les professeurs ont toute latitude pour organiser le travail de leurs élèves comme ils l'entendent, en liaison avec les programmes.

Détermination de la hauteur d'un édifice à l'aide d'une perche

L'Ile Mystérieuse

Vous trouverez ci-dessous un extrait du roman de Jules Verne, *L'Île mystérieuse*, paru en 1874. L'ingénieur Cyrus Smith explique à Harbert comment mesurer la hauteur d'une falaise.

Cyrus Smith s'était muni d'une sorte de perche droite, longue d'une **douzaine de pieds**, qu'il avait mesurée aussi exactement que possible, en la comparant à sa propre taille, dont il connaissait la hauteur à une ligne près. Harbert portait un fil à plomb que lui avait remis Cyrus Smith, c'est-à-dire une simple pierre fixée au bout d'une fibre flexible.

Arrivé à une vingtaine de pieds de la lisière de la grève, et à cinq cents pieds environ de la muraille de granit, qui se dressait perpendiculairement, Cyrus Smith enfonça la perche de deux pieds dans le sable, et en la calant avec soin, il parvint, au moyen du fil à plomb, à la dresser perpendiculairement au plan de l'horizon.

Cela fait, il se recula de la distance nécessaire pour que, étant couché sur le sable, le rayon visuel, parti de son œil, effleurât à la fois et l'extrémité de la perche et la crête de la muraille. Puis il marque soigneusement ce point avec un piquet. Alors, s'adressant à Harbert :

- Tu connais les premiers principes de la géométrie ? lui demanda-t-il.

- Un peu, monsieur Cyrus, répondit Harbert, qui ne voulait pas trop s'avancer.

- Tu te rappelles bien quelles sont les propriétés de deux triangles semblables ?

- Oui, répondit Harbert. Leurs côtés homologues sont proportionnels.

- Eh bien, mon enfant, je viens de construire deux triangles semblables, tous deux rectangles : le premier le plus petit, a pour côtés la perche perpendiculaire, la distance qui sépare le piquet du bas de la perche, et mon rayon visuel pour hypoténuse ; le second a pour côtés la muraille perpendiculaire, dont il s'agit de mesurer la hauteur, la distance qui sépare le piquet du bas de cette muraille, et mon rayon visuel formant également son hypoténuse – qui se trouve être la prolongation de celle du premier triangle.

- Ah ! Monsieur Cyrus, j'ai compris ! s'écria Harbert. De même que la distance du piquet à la perche est proportionnelle à la distance du piquet à la base de la muraille, de même la hauteur de la perche est proportionnelle à la hauteur de cette muraille.

- C’est cela même, Harbert, répondit l’ingénieur, et quand nous aurons mesuré les deux premières distances, connaissant la hauteur de la perche, nous n’aurons plus qu’un calcul de proportions à faire, ce qui nous donnera la hauteur de la muraille et nous évitera de la mesurer directement. "

Les deux distances horizontales furent relevées, au moyen même de la perche, dont la longueur au-dessus du sable était exactement de dix pieds.

La première distance était de quinze pieds entre le piquet et le point où la perche était enfoncée dans le sable.

La deuxième distance, entre le piquet et la base de la muraille, était de cinq cents pieds.

Ces mesures terminées, Cyrus Smith et le jeune garçon revinrent aux Cheminées.

Là, l’ingénieur prit une pierre plate qu’il avait rapportée de ses précédentes excursions, sorte de schiste ardoisier, sur lequel il était facile de tracer des chiffres au moyen d’une coquille aiguë. Il établit donc la proportion suivante :

15/500 = 10/h

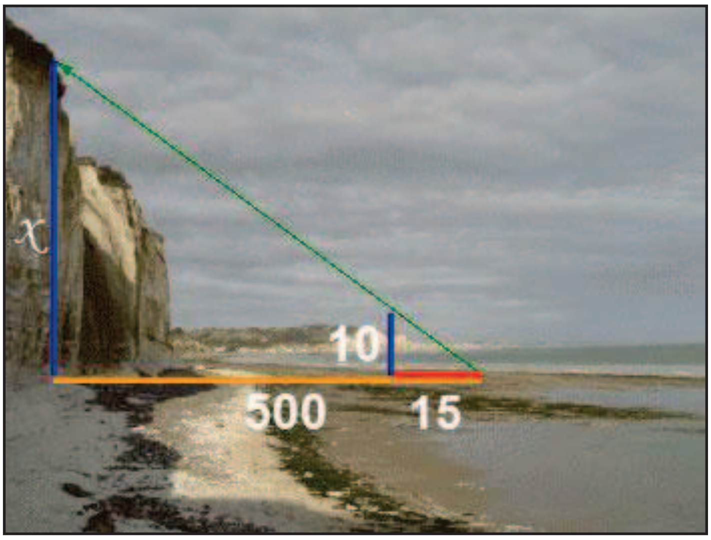
h = 10/15 × 500 = 333,33.

D’où il fut établi que la muraille de granit mesurait trois cent trente-trois pieds de hauteur.

Décryptage

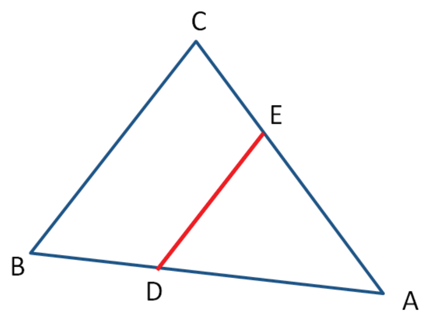
Cette approche est une application pratique du théorème de Thalès.

Le schéma ci-dessous illustre la méthode suivie par Cyrus Smith pour mesurer la hauteur de la falaise.



Théorème de Thalès : Dans un triangle ABC, si D est un point du côté [AB], E un point du côté [AC], et si les droites (BC) et (DE) sont parallèles, alors on a :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



Dans le cas du calcul de la hauteur de la falaise :

- le point A correspond à la position de l'œil ;
- le segment [DE] représente la perche ;
- le segment [BC] représente la falaise.

Pour que le théorème soit applicable, il faut que les droites (BC) et(DE) soient parallèles. Pour que le calcul de Monsieur Smith soit correct, il faut :

1. considérer que la falaise est verticale, ce qui peut être admis facilement ;
2. être sûr que la perche est également verticale. C'est pour cette raison que Cyrus utilise un fil à plomb pour la dresser « perpendiculairement au plan de l'horizon ».

Mesure de la hauteur d'un édifice

En utilisant la même méthode, il est parfaitement possible de mesurer la hauteur d'un édifice sans autre outil de mesure qu'une perche-étalon.

POUR ALLER PLUS LOIN

Déterminer la hauteur appropriée de la perche

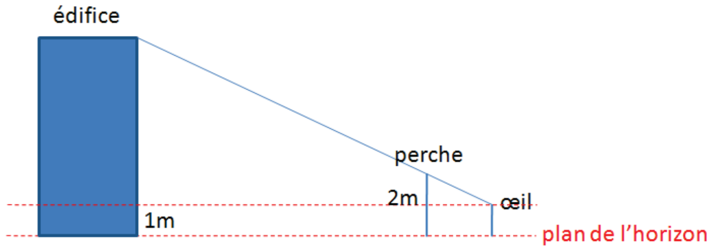
En considérant que l'édifice fait environ 20m de hauteur et en considérant le recul possible à partir d'observations réalisées sur le terrain, les élèves devront déterminer une hauteur de perche appropriée à la mesure en appliquant le théorème de Thalès.

Plus il y aura de recul, plus la hauteur de la perche pourra être réduite mais plus il sera fastidieux de reporter cette dimension au sol pour mesurer la distance de recul.

Moins il y aura de recul, plus la hauteur de la perche sera importante et sa fabrication et son maniement seront rendus plus difficiles.

Une mesure plus confortable

On peut demander aux élèves de trouver une solution simple pour que la mesure s'effectue dans des conditions plus confortables. L'ajout d'une seconde perche verticale à l'endroit où se trouve l'observateur permettrait par exemple de ne pas avoir à se coucher à terre.



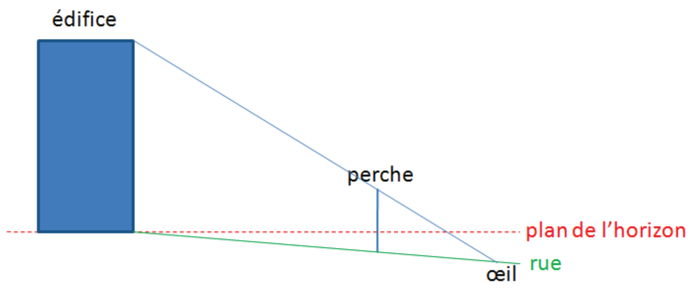
En partant de cette idée, il est possible de demander aux élèves quelles sont les nouvelles conditions pour que cette mesure soit valide et quelle formule permet dès lors de déterminer la hauteur de l'édifice.

Imprécisions

A partir de relevés effectués sur place, vous pourrez demander aux élèves de mesurer divers éléments du monument considéré : clocher, minaret, mur d'enceinte, etc.

Si la mairie ou les responsables de l'édifice peuvent en fournir les dimensions exactes, les élèves pourront alors les comparer à leurs mesures.

Les écarts éventuels peuvent notamment être dus à un mauvais parallélisme entre la perche et l'édifice, l'imprécision de la mesure, une déclivité de l'endroit de la prise de la mesure par rapport à la base de l'édifice.



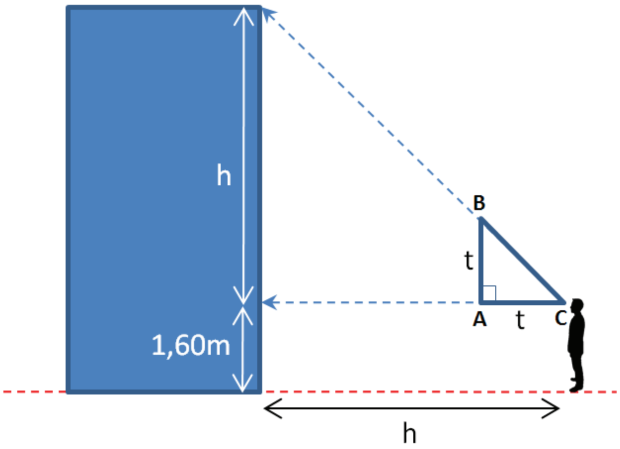
Il peut ici être rappelé aux élèves le fait que toute mesure possède une part d'imprécision ou une marge d'erreur dues notamment :

- à l'instrument de mesure utilisé (une perche, un mètre, un laser, etc.) ;
- à l'interaction entre l'instrument de mesure et son environnement (par exemple, un thermomètre placé dans un liquide pour en prendre la température peut influencer cette température et donc fausser la mesure !).

Autres méthodes de mesure

Utilisation d'un triangle isocèle rectangle

Un triangle isocèle rectangle permet également de mesurer une hauteur. Dans notre exemple, le triangle isocèle ABC est rectangle en A et les segments [AB] et [AC] mesurent t.



L'observateur place son œil en C et vise le sommet de l'édifice en positionnant (AC) parallèlement au plan du sol. Lorsque le sommet de l'édifice est aligné avec les points B et C, l'élève se trouve alors à une distance h de l'édifice qu'il ne lui reste plus qu'à mesurer.

La hauteur H de l'édifice s'obtient alors en ajoutant h à la hauteur des yeux de l'observateur (1,60m dans notre exemple) :

$$H = h + 1,60$$

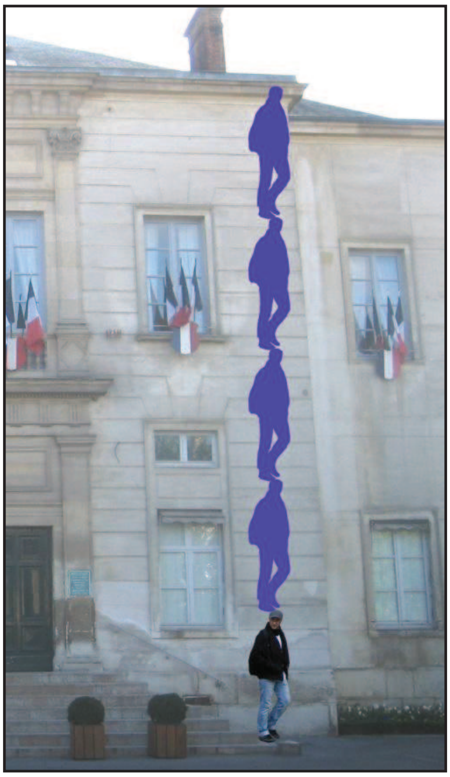
Commensurabilité

Afin d'obtenir grossièrement les dimensions d'un édifice, il suffit de le photographier en plaçant devant l'objectif, au niveau de l'élément à mesurer, une personne dont on connait la taille.

Dans l'exemple ci-contre, et en admettant que la personne mesure 1,80m, on estimera la hauteur de la façade[1] à

$$5 \times 1,80\text{m} = 9\text{m}.$$

Il convient toutefois de veiller à prendre la photographie perpendiculairement à l'édifice, en orientant l'appareil parallèlement au plan de l'horizon.



[1] Mairie de Coulommiers : photographie par Hullie, disponible sous licence « Creative Common Attribution-Share Alike 3.0 ».